

MÓTUN VIÐHORFA KENNARANEMA TIL STÆRÐFRÆÐI OG TENGLS VIÐ ÁRANGUR

Erlendar rannsóknir hafa sýnt að algengt er að kennaranemar um allan heim hafi neikvæðar tilfinningar gagnvart stærðfræði og neikvæða mynd af sjálfum sér sem stærðfræðiiðkendum. Í þessari rannsókn er sjónum beint að viðhorfum íslenskra kennaranema til stærðfræði og hvernig þau viðhorf mótast og þróast yfir tíma. 76 nemendur á öðru ári í kennaranámi skrifuðu um tilfinningar sínar og reynslu sem nemendur í stærðfræði allt frá grunnskóla til háskóla. Nemendur voru meðal annars beðnir að segja frá bæði bestu og verstu minningum úr stærðfræðinámi sínu og setja fram graf sem lýsti tilfinningum þeirra til fagsins gegnum lífið. Reynslan sem sögurnar lýstu var margvísleg, allt frá því að aldrei hafði sést til sólar í stærðfræðináminu til þess, sem sjaldgæfara var, að stærðfræðinámið hafði gengið vel frá upphafi. Allmennt sýndu niðurstöður þó að það sem einkenndi viðhorf margra kennaranema til stærðfræði var neikvæð tilfinningaleg afstaða, festuhugarfar og tækniskilningur.

Efnisorð: viðhorf, hugarfar, sýn á stærðfræði, kennaranemar

INNGANGUR

Mikilvægt er að kennari búi yfir jákvæðu viðhorfi til námsgreinarinnar sem hann kennir og hafi góða faglega sjálfsmýnd. Það er mikilvægt vegna þess að afstaða kennarans til námsgreinar ræður miklu um það hvaða aðferðum hann beitir við kennslu greinarinnar (Gautreau o.fl., 2016; Gresham, 2008; Hughes o.fl., 2019). Þar að auki má leiða að því líkum að kennarar sem hafa neikvæðar tilfinningar gagnvart sínu fagi leggi minni áherslu en ella á greinina og mikilvægi hennar. Viðhorf kennara hafa jafnframt áhrif á viðhorf nemenda en sýnt hefur verið fram á að á fyrstu árum skólagöngu sé það fyrst og fremst afstaða kennara sem móti trú nemenda á getu sinni í námi (Pesu o.fl., 2016). Fræðimenn hafa bent á að almennt miðli kennarar tilfinningum sínum og hugmyndum um stærðfræði áfram til nemenda sinna, bæði meðvitað og ómeðvitað (Maloney og Beilock, 2012; Bekdemir, 2010; Whyte og Anthony, 2012). Ef kennarar hafa neikvæðar og erfiðar tilfinningar gagnvart stærðfræði og eru jafnvel haldnir kvíða eða ótta við fagið er því hættu á að margir nemendur þeirra þrói með sér sams konar tilfinningar til stærðfræði.

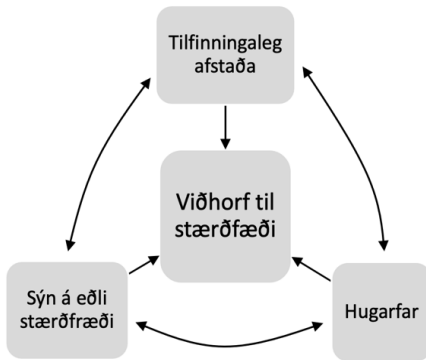
Samkvæmt rannsóknnum er algengt að grunnskólakennarar og kennaranemar um allan heim hafi neikvæð viðhorf til stærðfræði og neikvæða mynd af sjálfum sér sem stærðfræðiiðkendum (Maloney og Beilock, 2012; Geist, 2015; Jackson og Leffingwell, 1999; Novak og Tassell, 2017). Markmið þessarar rannsóknar var að skoða viðhorf kennaranema til stærðfræði, viðhorf þeirra til sjálfra sín sem stærðfræðinemenda og hvernig þau viðhorf mótast og þróast yfir tíma.

VIÐHORF TIL STÆRÐFRÆÐI

Í rannsóknnum sem snúast um stærðfræðimenntun er ekki alltaf ljóst hvað er átt við þegar talað er um viðhorf (e. attitude) til stærðfræði. Þannig hefur hugtakið viðhorf verið skilgreint á marga mismunandi vegu í mismunandi rannsóknnum á ýmsum tímum (Daskalogianni og Simpson, 2000; Fennema og Sherman, 1976; Haladyna o.fl., 1983; Hart, 1989). Rannsóknir á viðhorfum til stærðfræði eru alls ekki nýtilkomnar og í upphafi voru áherslur aðallega á meginlegar aðferðir með rætur í félagssálfræði þar sem viðhorf var mælt með spurningakönnun. Mælitækið sem var notað hverju sinni var þá gjarnan það sem ákvarðaði skilgreininguna á hugtakinu viðhorf (Di Martino og Zan, 2001, 2010). Slíkar mælingar voru oftast staðhæfingar á Likert-kvarða þar sem þátttakendur hökuðu við hversu samála eða ósamála þeir væru fyrirfram gefnum staðhæfingum sem samanlagðar sýndu viðhorf til stærðfræði. Drifkraftur þessara rannsókna var að miklu leyti þörf fyrir að geta sýnt fram á einhvers konar orsakatengsl milli mælinga á viðhorfi og árangurs í stærðfræði, sem oft reyndust vera óljós eða ekki fyrir hendi (Aiken, 1970; Ma og Kishor, 1997). Áherslan á orsakatengsl í rannsóknnum á viðhorfi til stærðfræði varð til þess að mikið var lagt í þróun mælitækja en minni áhersla lögð á fræðilega skýringu og skilgreiningu á hugtakinu viðhorf. Á síðustu áratugum hefur í auknum mæli verið lögð áhersla á fræðilega undirstöðu hugtaksins og hvað í því felst. Þannig hefur áherslan að einhverju leyti færst frá hreinum meginlegum mælingum á viðhorfi til stærðfræði til eigindlegri aðferða í formi frásagna, eins og viðtala, dagbókarskrifa eða ritgerða (Di Martino og Zan, 2011; Hannula, 2002; Hauk, 2005; Kaasila, 2007). Bent hefur verið á að notkun frásagnaraðferða til að fá mynd af viðhorfi til stærðfræði hafi það umfram spurningakannanir að þátttakendur þurfa ekki að taka afstöðu til staðhæfinga sem samdar eru af öðrum heldur geta með frjálssari hætti greint frá því sem þeir telja mikilvægt í reynslu sinni og upplifunum af stærðfræðinámi.

Di Martino og Zan (2010) benda á að skilgreiningar á viðhorfi til stærðfræði séu margvíslegar þegar litið er til rannsókna og lítill einhugur hafi verið á fræðasviðinu um hugtakið. Í sumum rannsóknnum hefur viðhorf verið skilgreint með einföldum hætti sem annaðhvort jákvæð eða neikvæð tilfinningaleg afstaða til stærðfræðináms (Haladyna o.fl., 1983). Í öðrum er litið til þess að viðhorf eru mynduð af fleiri þáttum en einungis tilfinningalegri afstöðu, svo sem sýn á eðli stærðfræði og háttalagi í stærðfræðinámi (Hart, 1989). Skilgreiningin á viðhorfi til stærðfræði sem gengið er út frá í þessari rannsókn er sú að viðhorf til stærðfræði sé þrjúþætt (sjá mynd 1). Í fyrsta lagi er tilfinningaleg afstaða til stærðfræði, það er að segja hvort tilfinningar til fagsins eru í eðli sínu jákvæðar eða neikvæðar. Í öðru lagi hver sé sýnin á stærðfræði, það er hvort litið er á stærðfræði sem

vef af tengdum hugmyndum og leit að regluleika og röksemdum eða sem safn af vel skilgreindum reglum og reikniaðferðum sem þarf að fylgja. Og í þriðja lagi skoðum við hugarfar, sem felst í því að greina hvort litið er á stærðfræðilega hæfni sem meðfæddan hæfileika eða eitthvað sem hægt er að tileinka sér.



Mynd 1. Þríþætt líkan af viðhorfi til stærðfræði

Þessir þrjú þættir sem mynda viðhorf til stærðfræði eru að einhverju leyti samofnir og hafa áhrif hver á annan. Þannig er ljóst að tilfinningaleg afstaða til stærðfræði hefur áhrif á það hvernig fólk sér eðli greinarinnar og hugarfar hefur aftur áhrif á tilfinningalega afstöðu þess. Við lítum svo á að þessi þríþætta skilgreining á viðhorfi til stærðfræði nái að miklu leyti utan um það hvernig fólk lítur á sjálft sig í samhengi við stærðfræði og stærðfræðináms.

Tilfinningaleg afstaða til stærðfræði

Tilfinningaleg afstaða til stærðfræði er að miklu leyti mótuð af upplifunum og reynslu af stærðfræði úr eigin skólagöngu (Cooney og Wiegel, 2003; Itter og Meyers, 2017; Ma, 1997). Nemendur þróa með sér afstöðu til stærðfræði sem getur verið bæði neikvæð og jákvæð og byggist að einhverju leyti á gengi þeirra í faginu (Grootenboer og Marshman, 2016). Þeir nemendur sem almennt gengur vel eru líklegir til að þróa með sér jákvæðar tilfinningar til stærðfræði og sjá fagið sem skemmtilegt og gagnlegt. Þessar jákvæðu tilfinningar viðhaldast og styrkjast við áframhaldandi gott gengi þeirra í faginu (Kilpatrick o.fl., 2002). Á sama hátt eru nemendur sem upplifa erfiðleika í stærðfræðinámi sínu líklegri til þess að verða neikvæðir gagnvart faginu og sjá það sem tilgangslaust kerfi sem muni lítið gagnast þeim í framtíðinni. Þessar neikvæðu tilfinningar styrkjast og viðhaldast með slöku gengi í faginu. Fræðimenn benda á að yngri nemendur hafi jafnan nokkuð jákvæða afstöðu til stærðfræði og telji fagið mikilvægt en algengara sé meðal eldri nemenda að telja það erfitt og leiðinlegt. Þeir telja að neikvæð afstaða nemenda mótist að miklu leyti af reynslu þeirra sem stærðfræðinemenda í skóla og hafi þannig bein áhrif á áhuga þeirra og árangur í stærðfræði (Di Martino og Zan, 2011; Grootenboer og Marsman, 2016).

Hugarfar

Það hvernig fólk upplifir stærðfræði er af sumum talið tengjast því hvort litið sé á stærðfræðilega hæfni sem meðfæddan hæfileika eða eitthvað sem hægt er að tileinka sér (Boaler, 2015). Slíkar hugmyndir um hæfni eru byggðar á kenningum Dweck (2000, 2006) um tvenns konar viðhorf til greindar. Annað nefnist vaxtarhugarfar, en samkvæmt því er greind mótanleg og manneskja sem hefur slíkt hugarfar trúir því að hún geti aukið greind sína. Hún lítur á erfið verkefni í námi sem tækifæri til að læra og hefur litlar áhyggjur af mistökum í glímunni við verkefni. Hitt viðhorfið nefnist festuhugarfar en samkvæmt því er greind einhvers konar eðlislægur eiginleiki sem er því sem næst óbreytanlegur. Manneskja sem hefur slíkt hugarfar hefur tilhneigingu til þess að líta á erfið verkefni sem ógnun við sjálfsvirðingu og óttast það að gera mistök eða takast ekki nógu vel upp. Dweck heldur því fram að ríkjandi hugarfar hjá fólki hafi afgerandi áhrif á það hvernig það lifir lífi sínu (Dweck, 2006, bls. 6) en bendir þó jafnframt á að hugarfar sé ekki óbreytanlegt. Þannig sé mögulegt með inngripi að styðja vaxtarhugarfar nemenda og með því stuðla að bættum námsárangri þeirra. Kenningar Dweck hafa þó sætt gagnrýni þar sem sumir fræðimenn vilja meina að staðhæfingar hennar séu orðum auknar og áhrifin af hugarfari á nám séu minni en hún vill vera láta (Burgoyne o.fl., 2020; Li og Bates, 2020). Boaler (2015) hefur fjallað um vaxtar- og festuhugarfar í samhengi við stærðfræðinám, þar sem hún greinir hugarfar gagnvart stærðfræðihæfileikum á hliðstæðan hátt og Dweck gerir með almenna greind. Þeir sem hafa festuhugarfar séu líklegri til að líta á hæfni í stærðfræði sem meðfæddan hæfileika sem fólk annaðhvort fæðist með eða ekki. Hún færir rök fyrir því að festuhugarfar hafi neikvæð áhrif á árangur og tilfinningalega afstöðu til stærðfræði.

Sýn á stærðfræði

Er stærðfræði fyrst og fremst tæki til að ná öðrum markmiðum eða hefur hún gildi í sjálfu sér? Þessa spurningu má rekja langt aftur í aldir, eins og sést á sögu sem skrásett var á fimmtu öld um það að nemandi Evklíðs átti að hafa spurt hvað hann græddi eiginlega á því að læra rúmfræði. Evklíð mun hafa kallað til þræl sinn og sagt honum að sækja smápeninga til að gefa nemandanum fyrst hann þyrfti endilega að græða eitthvað á því að læra (Asper, 2009, bls. 124). Allt til þessa dags hefur verið algengt að nemendur (og almenningur) líti svo á að stærðfræðinám snúist um að ná tókum á því að beita tilteknum reikniaðferðum til hagnýtra verka og að þá skipti ekki máli að vita hvers vegna aðferðirnar virka, hvaða rök búa að baki þeim og hvernig þær tengjast innbyrðis og öðrum stærðfræðihugtökum. Stærðfræðin sé þannig ekkert annað en safn af vel skilgreindum reglum og reikniaðferðum sem þarf að fylgja. Þess konar skilningur er stundum kallaður tækniskilningur (e. instrumental understanding) (Skemp, 1976). Slíkur skilningur felst þá ekki eingöngu í því að líta svo á að stærðfræði sé einungis tæki, heldur í því einnig að til þess að geta notað stærðfræði sem tæki með góðum árangri dugi að þekkja stærðfræðilegar aðferðir og reiknirit (algóritma) og geta beitt þeim. Slík þekking hefur því einnig verið kölluð aðferðaþekking (e. procedural knowledge) (sjá til dæmis Star, 2005). Gegn þessari tegund skilnings er þá venja að stilla upp annarri tegund af skilningi, venslaskilningi (e. relational understanding) (Skemp, 1976). Venslaskilningur felst í því að vita bæði hver hugtökin og aðferðirnar eru en vita líka hvers vegna þær virka og hvernig þær tengjast

hugtökum og öðrum aðferðum. Stærðfræðin sé þá vefur af tengdum hugmyndum og leit að regluleika og röksemdum. Venslaskilningur er stundum kallaður hugtakþekking (e. conceptual knowledge) (sjá til dæmis Star, 2005). Venslaskilningur hlýtur þannig að byggjast á áhuga á stærðfræðinni sjálfri en hefur auk þess þann kost að vera traustari en tækniskilningur og leiða til meiri árangurs í námi og við notkun stærðfræði til að ná öðrum markmiðum.

Mótun viðhorfa til stærðfræði

Í þessari rannsókn beinum við athyglinni ekki bara að því hvort þátttakendur hafi tiltekin viðhorf til stærðfræði heldur einnig, og ekki síður, því hvernig þeir umbreyta frásögnum (minningum um það sem gerðist) yfir í viðhorf („ég er lélegur í stærðfræði, stærðfræði gengur út á að fara eftir reglum“). Við gerum ráð fyrir því að fólk sé stöðugt að smíða og endursmíða viðhorf sín til stærðfræði, bæði út frá minningum, því sem það er að upplifa og væntingum um framtíðina. Við lítum því svo á að viðhorfin, eins og sjálfsmýndir yfirleitt, séu meira eins og ferli en orðinn hlutur og að þau birtist í frásögnum (e. narrative) sem fólk segir sér og öðrum (sjá til dæmis Bruner, 1990; Sfard og Prusak, 2005). Engu að síður höfum við einkum áhuga á því sem Sfard og Prusak (2005) nefna hlutgerandi (e. reifying) og firrandi (e. alienating) frásagnir, það er frásagnir sem lýsa tiltölulega stöðugum viðhorfum. Frásögn er hlutgerandi að svo miklu leyti sem hún tjáir eiginleika mannskju (ég er ..., ég hef ..., ég get, ...) fremur en atburði eða viðbrögð (ég gerði ..., mér leið ...). Firring er að setja fram fyrirbæri á ópersónulegan hátt, eins og atburðir gerist af sjálfu sér án þátttöku manneskja, eins og náttúrulegum. Með því að lesa stærðfræðilegar ævisögur nemenda í þessu ljósi fáum við þá bæði að kynnast reynslu þeirra, atburðum og tilfinningum en við fáum einnig hugmyndir um það hvernig tiltekin viðhorf geta sprottið af þessari reynslu.

Rannsóknir á viðhorfum til stærðfræði

Viðhorf og sjálfsmýndir fólks í stærðfræðinámi hafa verið rannsökuð áður, meðal annars gegnum sjálfsævisöguleg skrif og viðtöl. Til dæmis greindi Hauk (2005) sjálfsævisögulegar ritgerðir bandarískra háskólanema og komst að því að þeir stunduðu stærðfræðinám sitt vegna ytri hvata, svo sem einkunna og krafna kennara, fremur en af innri áhugahvöt. Það má því segja að samkvæmt okkar líkani hafi þar komið í ljós tækniskilningur á stærðfræði. Di Martino og Zan (2010) greindu yfir 1600 sjálfsævisögulegar ritgerðir nemenda á Ítalíu frá fyrsta til og með þrettánda námsári í skóla. Þau komust að því að það voru mjög algeng stef á öllum stigum að nemendur töldu sig hafa litla getu í stærðfræði, þeir lögðu áherslu á tækniskilning fremur en venslaskilning í stærðfræði og sögðu margar sögur af ósigrum í stærðfræðinámi. Flestar sögurnar innihéldu þó bæði jákvæðar og neikvæðar frásagnir. Rannsakendurnir töldu ljóst að viðhorf nemenda væru ekki mjög stöðug og það væri aldrei of seint að breyta þeim. Kaasila og samstarfsfólk (2008) hafa reynt að draga upp dýpri mynd af því hvernig kennaranemar og kennarar þróa stærðfræðilega sjálfsmýnd sína, einkum með viðtölum við fáa einstaklinga. Þau komust að því að með inngripi var að einhverju leyti hægt að bæta viðhorf kennaranemanna til stærðfræðináms og kennslu stærðfræði. Jafnframt kom þó í ljós að mun erfiðara var að hafa áhrif á stærðfræðilega

sjálfsmýnd kennaranemanna, þ.e. hvernig þeir sjá sjálfa sig sem stærðfræðinemendur, sérstaklega þeirra sem höfðu mjög neikvæða upplifun úr skólagöngu sinni (Kaasila o.fl., 2008; Lutovac og Kaasila, 2011, 2012).

Engar rannsóknir eru til um viðhorf íslenskra kennaranema til stærðfræði og engar íslenskar rannsóknir þar sem hefur verið reynt að greina hvað það er í reynslu kennaranema sem hefur áhrif á hugarfar þeirra að þessu leyti. Í þessari rannsókn eru viðhorf kennaranema könnuð með því að skoða sögur sem þeir skrifa um reynslu sína sem stærðfræðinemar allt frá grunnskóla þar til þeir koma í háskóla. Við greinum viðhorf kennaranemanna í sögunum og hvernig þau mótast af reynslu þeirra í námi og lífi. Eftirfarandi spurningar leiddu þessa rannsókn:

- Hvað einkennir viðhorf kennaranema til stærðfræði? Hvernig hefur reynsla þeirra mótað þau viðhorf?
- Eru tengsl milli viðhorfa kennaranema til stærðfræði og árangurs þeirra í stærðfræðinámskeiði í kennaranámi?

ADFERÐ

Í þessari rannsókn söfnuðum við stærðfræðiævisögum kennaranema sem þeir skrifuðu í námskeiði við Háskóla Íslands, og greindum þá texta. Við greiningu gagna var stuðst við eigindlega inntaksgreiningu (e. content analysis) (Kuckartz, 2014; Mayring, 2015) sem er notuð til þess að greina inntak texta með skipulögðum hætti og ber nokkur einkenni megindegra rannsókna.

Þátttakendur

Þátttakendur í rannsókninni voru 76 nemendur í kennaranámi á öðru ári veturinn 2016–2017. Þeir voru allir nemendur í skyldunámskeiði í stærðfræði sem var ætlað öllum grunnskólakennaranemum við Háskóla Íslands. Námskeiðið tilheyrði öðru ári í skipulagi námsins. Í námskeiðinu var bæði unnið með stærðfræði og stærðfræðinámskeiði og kennslu. Reynsla þeirra sem kenndu námskeiðið var að bakgrunnur og reynsla kennaranema væri mjög mismunandi auk þess sem margir kennaranemar hefðu neikvæðar tilfinningar til stærðfræði. Haustið 2016 skrifuðu nemendur námskeiðsins stutta stærðfræðilega sjálfævisögu. Eftir að námskeiðinu lauk var tölvupóstur sendur til allra nemenda þar sem óskað var eftir leyfi þeirra til að greina sögurnar fyrir þessa rannsókn. Leyfi til að nota sögurnar fékkst frá öllum þátttakendum.

Gagnasöfnun

Þátttakendur voru beðnir að skrifa eins konar stærðfræðilega ævisögu og lýsa tilfinningum sínum til stærðfræði. Var þetta gert til þess að kalla fram frásagnir af atburðum (minningar) og hugmyndir kennaranema um sjálfa sig sem stærðfræðinemendur. Til stuðnings fengu þeir fyrirmæli sem byggjast á „meðferðaræfingu“ sem snýst um tilfinningar til stærðfræði (Stogsdill, 2013). Fyrirmælin voru eftirfarandi:

Skrifið um ykkar reynslu af stærðfræðinámi og tilfinningar gagnvart stærðfræði. Teiknið graf sem sýnir ykkar gengi eða tilfinningar gagnvart stærðfræði sem fall af tíma. Styðjast má við

- Fyrstu minningar um stærðfræði
- Hvenær varð stærðfræði erfið fyrir mig (ef hún varð erfið)
- Versta minning eða minningar um stærðfræði
- Besta minning eða minningar um stærðfræði
- Tilfinningar gagnvart stærðfræði
- Tilfinningar gagnvart því að taka þetta námskeið

Í fyrimælunum var einnig lagt til að lengd væri 700–800 orð. Jafnframt var lögð áhersla á að það hefði engin áhrif á einkunn hvort nemandanum líkaði stærðfræði vel eða illa. Verkefnið gildi 5% af einkunn og áttu allir sem luku verkefninu samkvæmt lýsingu að fá 10 í einkunn fyrir það, hvert sem viðhorf þeirra til greinarinnar var. Nemendur skiluðu sögu sinni rafrænt með textaskjali og höfðu eina viku frá kynningu verkefnisins til að skila því. Greiningarvinnan var unnin eftir að nöfn kennaranemanna höfðu verið fjarlægð af sögunum.

Gagnagreining

Við greiningu gagna var stuðst við eigindlega inntaksgreiningu (e. qualitative content analysis) (Kuckartz, 2014; Mayring, 2015). Eigindleg inntaksgreining er byggð á klassískri innihaldsgreiningu (Bauer, 2000) og svipar til hennar, en áherslan er þó meiri á túlkun og merkingu en minni á tölfræði. Fyrst voru gögnin kóðuð til þess að leiða út formdeildir (flokka) (e. categories) á grunni kenningarramma og rannsóknarspurninga í stað þess að unnið væri alveg án fyrirframgefina hugmynda um formdeildir, eins og gert er þegar notaðar eru rannsóknaraðferðir sem byggjast á aðleiðslu (e. induction). Tvær megináðferðir einkenna svo greininguna eftir að formdeildirnar hafa verið skilgreindar. Fyrst er að nefna talningar, sem felast í því að telja atriði í gögnunum og bera saman við tíðni annarra atriða. Þetta er hægt að gera bæði innan sama tilviks (innan sömu sögu) eða með því að bera saman fjölda ólíkra atriða yfir öll tilvikin (yfir allar sögurnar). Í þessu skyni er sett upp tafla þar sem hvert tilvik fær sína röð og hver formdeild fær sinn dálk. Í öðru lagi fer fram samhengisgreining (e. contingency analysis) sem felst í því að finna út hvort mikilvægir flokkar koma fyrir í sama samhengi og hvort þeir tengjast innbyrðis.

Til að undirbúa greininguna var ákveðið að beina athyglinni að þremur þáttum: Fyrst og fremst var verið að skrásetja jákvæðar og neikvæðar upplifanir sem tengdust stærðfræði og það hvort augljós einkenni festuhugarfars eða vaxtarhugarfars kæmu fram. Þá var einnig skráð hvort sagan lýsti viðhorfi til stærðfræðináms sem byggðist á tækni- eða venslaskilningi. Þá var hver ævisaga ekki eingöngu flokkuð sem jákvæð eða neikvæð gagnvart stærðfræði, heldur var hún flokkuð út frá uppbyggingu, þannig að þróun tilfinninga gagnvart stærðfræði yfir alla skólagöngu fram að þessu yrði ljós. Ætlunin með þessu var að fá fram heildarmynd af því hvernig kennaranemarnir sæju viðhorf til stærðfræði þróast í tíma.

Allar sögurnar voru lesnar af fyrsta höfundum og þróun tilfinninga til greinarinnar var skráð með tiltölulega opnum hætti, þannig að fram kæmi hvort og hvernig jákvæðni þróaðist út í neikvæðni eða öfugt. Lagt var huglægt mat á það hvort sagan lýsti fremur vaxtarhugarfari eða festuhugarfari og hvort þátttakendur sæju stærðfræði fremur sem safn af reikniaðferðum til að kunna (tækniskilningur) eða skilningsleit (venslaskilningur). Auk þess voru stef sem birtust ítrekað skráð og kóðuð með opnum hætti, sér í lagi ef þau tengdust jákvæðum eða neikvæðum upplifunum þátttakenda. Út úr þessari frumkóðun fengust annars vegar sex meginflokkar þróunar tilfinninga til stærðfræði og hins vegar listi yfir þau stef sem þátttakendur skrifuðu mest um. Tafla varð þannig til með upplýsingum um hvern og einn þátttakanda þar sem skráð var formgerð framvindunnar í sögu einstaklingsins og það hvort hvert stef væri að finna í þeirri sögu. Út frá þessu var smíðaður greiningarrámmi sem annar höfundur notaði til þess að greina sögurnar. Sjá má þennan ramma í viðauka. Þessu næst bárum við saman niðurstöður okkar og skoðuðum sérstaklega þær sögur sem við höfðum ekki flokkað eins, og endurskoðuðum flokkunina.

Í klassískri innihaldgreiningu er áreiðanleiki oft metinn með því að reikna samræmi milli kóðara með tölfræðilegum stuðlum. Við eigindlega inntaksgreiningu er hins vegar meiri áhersla á að rannsakendur ræði og greini ólíkar ákvarðanir við kóðun og leysi úr þeim þannig að sameiginleg niðurstaða fáiast (Kuckartz, 2014, bls. 46). Í ljós kom að fyrsti og annar höfundur flokkuðu þróun tilfinninga í 60 af 77 sögum, eða 79%, með sama hætti og voru sammála um megininkenni hugarfars í 55 af sögunum, eða 72%, og flokkun eftir því hvort saga lýsti tækni- eða venslaskilningi var samdóma í 66 sögum, eða 87%. Eftir að hafa rætt nánar saman um þær sögur sem höfðu verið flokkaðar á ólíkan hátt náðu rannsakendur saman um endanlega flokkun allra sagnanna.

Þá voru rannsókuð samhengistengsl milli flokka, sem fólst þá í því að finna tilgátur um það hvaða atburðir hefðu einkum orðið til þess að móta viðhorf til greinarinnar og finna hvaða meginflokkar hvers viðhorfsþáttar fóru saman við meginflokkanna annarra þátta og sögubýggingar. Að lokum litum við á tengsl viðhorfa og árangurs í stærðfræðinámskeiðinu.

NIÐURSTÖÐUR

Í þessum kafla fjöllum við fyrst um helstu stef sem fram komu í sögunum. Af þeim stefnum fæst innsýn í tilfinningalega afstöðu þátttakenda. Því næst eru sögurnar flokkaðar út frá hugarfari, og svo út frá sýn á stærðfræði. Þá greinum við uppbyggingu sagnanna út frá þróun viðhorfs og setjum þá þróun í samhengi við stefin sem fram komu í sögunum og ræðum innbyrðis tengsl þáttanna þriggja sem mynda stærðfræðilegt viðhorf. Að lokum greinum við tengsl viðhorfs við árangur í námskeiðinu sem kennaranemarnir tóku.

Helstu stef og flokkar

Til þess að skilja efni frásagnanna er nauðsynlegt að átta sig á því hvers konar grein stærðfræði er, samkvæmt því sem nemendur skrifuðu. Hvað var þeim efst í huga þegar þeir fjölluðu um stærðfræðinámskeið sitt frá æsku þangað til þeir komu í háskóla? Var það til dæmis

inntak stærðfræðinnar, tiltekin hugtök og aðferðir, tengsl við kennara eða einhver tiltekin einkenni kennslunnar eins og þeir upplifðu hana? Helstu stefin sem nemar skrifuðu um má sjá í töflu 1.

Tafla 1. Helstu stefin í stærðfræðisögnum

Helstu stef:	Fjöldi
Próf/einkunnir	63 (83%)
Vanlíðan	63 (83%)
Niðurlæging	33 (43%)
Keppni/samanburður við aðra	27 (36%)
Hraði	23 (30%)
Áhrif á náms- og starfsval	22 (29%)
Ánægja/jákvæð spenna	14 (18%)
Meiri háttar áfall (grátur, líkamleg einkenni)	12 (16%)

Eins og sjá má í töflu 1 var mjög algengt að þátttakendur skrifuðu um reynslu sína af prófum í stærðfræði. Frásagnir þar sem vanlíðan tengdist á einhvern hátt stærðfræði-prófum voru tíðar.

Ég man eftir að hafa titrað svo mikið að ég gat varla flett blaðsíðunum. Ég man eftir að hafa gengið grátandi heim úr prófinu. Fleira man ég ekki varðandi þetta próf.

Ég var skít stressaður, nötraði allur og þegar ég settist og skoðaði prófið þá leið mér hræðilega. Sá að ég átti ekki eftir að geta gert eitt einasta dæmi.

Einnig var algengt í sögum þátttakenda að ytra mat eins og einkunnir virtist hafa afgerandi áhrif á hugarfar nemenda, einkum í átt að festuhugarfari, hvort sem það var í jákvæðum eða neikvæðum skilningi.

Fyrir prófið hlaut ég líka verstu einkunn sem ég hef nokkurn tímann fengið og hugmyndir mínar um getu mína í stærðfræði voru í molum.

Þegar ég fór að fá aftur níur og tíur í skyndiprófum þá áttaði ég mig á því að ég var í raun mjög góð í stærðfræði.

Margar frásagnir tengdar einkunnum lýstu niðurbroti fyrir þátttakendur þar sem útkoma á prófi samræmdest ekki væntingum og olli líkamlegum einkennum.

... ég var búin að læra og læra fyrir „kafla próf“ og fékk 1,2 á prófinu. Ég var í áfalli og vissi hreinlega ekki hvað ég ætti að gera ég var að gefast upp á þessu.

Á fyrsta stærðfræðiprófinu mínu fékk ég 1,6 í einkunn. Ég fór að gráta þegar ég fékk það í hendurnar.

Í rúmum þriðjungi sagnanna mátti sjá dæmi um frásagnir sem lýstu samanburði við aðra, þar sem þátttakendur lýstu einhvers konar keppni milli nemenda. Oft fór samanburður fram í tengslum við einkunnir þó það hafi ekki verið algilt.

Á þessum tíma var ég farin að taka fram úr flestum bekkjarsystkinum mínum í stærðfræði. Þar sem ég var fljót að reikna og átti auðvelt með stærðfræðina fékk ég mikið af auka dæmum.

Sem barn áttaði ég mig strax á því að ég væri eftir á í stærðfræði. Bara með því að sjá að aðrir samnemendur voru komnir í einhverja nýja verkefnabók á meðan að ég var ennþá að reyna að klára þessa gömlu.

Greinanlegt stef í frásögnum var hvernig gengi þátttakenda í stærðfræði hafði haft afgerandi áhrif á nám þeirra og starfsval, þar sem þátttakendur höfðu annaðhvort hætt við eitthvert ákveðið nám eða hætt námi og í kjölfarið skipt um vettvang. Þetta virðist tengjast festuhugarfari. Eftirfarandi dæmi sýna slíka reynslu og mátti greina svipað stef í frásögnum tæplega þriðjungs þátttakenda.

Á þessu tímabili var ég búin að ákveða það að ég væri léleg í stærðfræði, þannig að ég gæti ekki farið í nám sem er með mikið af stærðfræði.

Þegar ég varð eldri var það stærðfræðin sem hélt mér frá menntaskólanum, gerði þó tilraunir í námi með því að setja stærðfræði á frest. Gekk fint þar til kom að því að ég þurfti að taka stærðfræði, þá hætti ég bara.

Niðurlæging eða eins konar skömm var einnig greinanlegt stef þar sem í tæpum helmingi frásagnanna mátti greina að þátttakendur hefðu upplifað einhvers konar niðurlægingu eða skömm tengda stærðfræðinámi sínu, ýmist frá samnemendum, kennara eða foreldrum.

Ég átti erfitt með að þylja upp töfluna og þegar ég var hálfnaður með verkefnið mitt að segja sjö sinnum töfluna fyrir framan bekkinn, stöðvaði kennarinn mig og sagði að ég ætti að vera eftir í frímínútum til að skrifa alla margföldunar töfluna upp á töflu upp að þeirri sjöundu. Þetta fannst skólasystkinum mínum fyndið og varð ég einstaklega sár og skammaðist mín.

Sveitt í lófunum og skíthædd að bíða eftir að vera tekinn upp. Þrátt fyrir tilraunir foreldra minna við að hjálpa mér og þylja mér yfir gat ég ekki munað þetta. Nokkuð margar kvöldstundir sem enduðu með gráti og uppgjöf.

Þegar það kom að mér fraus ég og gat ekki leyst eitt einasta dæmi. Í minningunni man ég hvað ég skammaðist mín mikið, hinir krakkarnir í bekknum hlógu að mér. Þessi lífsreynsla var mér erfið og hefur fylgt mér í gegnum alla mína stærðfræðigöngu.

Öll ofangreind dæmi eru úr sögum sem flokkuðust með einkenni festuhugarfars og tækni-skilnings á stærðfræði, en í töflu 2 má sjá hlutfall sagna greint eftir hugarfari.

Tafla 2. Flokkun eftir hugarfari

Tegund hugarfars:	Fjöldi
Festuhugarfar:	45 (59%)
Vaxtarhugarfar:	20 (26%)
Án skýrra einkenna festu/vaxtar	11 (14%)

Í aðeins 14 af 76 frásögnum mátti skýrt greina jákvæðni og ánægju þátttakenda í frásögnum þeirra af stærðfræðigöngu sinni. Í sumum þessara sagna var viðhorfið alltaf gott og upplifun þátttakenda af faginu og stærðfræðinámi almennt góð.

Stærðfræði hefur alltaf verið mér hugleikin og ég hef góða tilfinningu gagnvart henni. Öll skólaárin sem ég hef verið í stærðfræði þá hefur mér fundist hún áhugaverð, spennandi og jafnvel skemmtileg.

En hversu erfið stærðfræðin er stundum er akkúrat það sem mér finnst skemmtilegt. Að hafa áskorun fyrir framan sig, takast á við hana og takist manni að leysa hana þá verður maður mjög ánægður.

Tilfinning mín fyrir stærðfræði er mjög góð og þegar ég sá að ég væri að fara í stærðfræði í kennaranáminu var ég mjög glöð af tilhlökkun við að byrja í náminu.

Segja má að tvenns konar jákvæðni hafi komið fram gagnvart stærðfræði þegar sögur af jákvæðni voru skoðaðar með hliðsjón af skilningi nemenda á stærðfræði. Annars vegar var um að ræða sögur sem lýsa jákvæðu viðhorfi til stærðfræði sem greinar þar sem allt er í röð og reglu og öll svör eru auðflokkuð í rétt eða röng svör – sögur sem lýsa tækni-skilningi á stærðfræði. Í þessum sögum birtist greinin sem safn af vel skilgreindum reglum og reikniaðferðum sem nemendur læra eftir kennurum sínum, og jákvæðnin er iðulega tengd öryggiskennd:

Ég er hrifin af stærðfræði aðallega vegna þess að það er yfirleitt bara eitt rétt svar. Þá meina ég að það er ekki beðið mann um að túlka það á eigin hátt eins og er gert með ljóð, eða það er ekki beðið um að maður komi með sínar eigin skoðanir á hlutunum eins og er gert í félagsfræði. Ekki það að ég hafi ekki gaman af því að koma með eigin skoðanir, það er bara rosalega þægilegt að vinna stærðfræði dæmi.

Hins vegar voru (færri) sögur sem lýstu venslaskilningi (sjá töflu 3) og raunverulega jákvæðu viðhorfi til stærðfræði eins og við höfundarnir skiljum stærðfræði: sem lifandi vef af tengdum hugmyndum og leit að regluleika og röksemdum, þar sem „aha-upplifanir“ eru uppspretta ánægju.

Alltaf er það skemmtilegra ef það reynir smá á mann og þá er hægt að fagna árangri sínum þegar manni loks tekst að leysa tiltekið verkefni. Tilfinningin sem maður fær þegar maður loks finnur lausnaraðferðina, þessi „ahaa!“-stund, ýtir manni áfram.

Ég prófa mig áfram þar til ég finn þá lausnaraðferð sem hentar mér ... Ég elska það að hver og einn geti fundið sína eigin leið og þróað hugsunarhátt sinn samhliða framförum. Það að ekki er til ein rétt leið að áfangastaðnum.







Tafla 3. Flokkun í tækniskilning og venslaskilning

Tegund skilnings:	Fjöldi
Tækniskilningur:	60 (79%)
Venslaskilningur:	11 (14%)
Án skýrra einkenna tækni/venslaskilnings	5 (7%)

Sögubygging

Sögubygging var flokkuð í sex gerðir út frá því hvernig viðhorf til stærðfræði þróaðist í sögunum (sjá töflu 4).

Tafla 4. Sögubygging

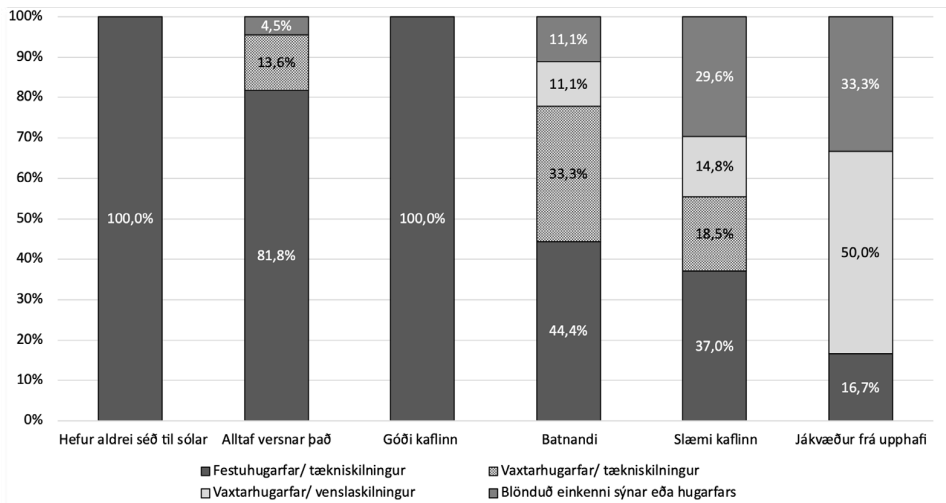
	Sögubygging	Fjöldi (hlutfall í prósentum)
	Alltaf versnar það	22 (29%)
	Slæmi kaflinn	27 (36%)
	Batnandi	9 (12%)
	Hefur aldrei séð til sólar	7 (9%)
	Jákvæður frá upphafi	6 (8%)
	Góði kaflinn	5 (7%)

Í töflu 4 má sjá mismunandi sögubyggingu sem greina mátti í frásögnum þátttakenda. Yfirleitt kom nokkuð skýrt fram hver var tilfinningaleg afstaða höfunda til stærðfræði. Þeir skrifa opinskátt um það að „hata stærðfræði“, „skammast sín fyrir að kunna ekki margföldunartöfluna“, „njóta þess ekki að reikna“, „fá grátköst“, „guðslifandi fegin að þurfa aldrei að taka stærðfræði aftur“, „mjög stressuð fyrir að taka þetta námskeið“ – eða (sem var mun sjaldgæfara) á hinn bóginn að „njóta sín með gott sjálfstraust“, „fannst stærðfræði mjög skemmtileg“. Í töflu 4 má sjá að í 29% frásagna hafði stærðfræðinám þátttakenda byrjað vel en orðið erfiðara viðureignar eftir því sem leið á skólagönguna og í 36% sagnanna greindu þátttakendur frá erfiðum kafla í stærðfræðinámi sínu sem síðan rættist úr að einhverju leyti. Í 9% frásagna voru erfiðleikar og neikvæðar tilfinningar ríkjandi í

stærðfræðinámi alla skólagönguna og í aðeins 6 frásögnum af 76 mátti greina að jákvæð upplifun af stærðfræði væri viðvarandi í stærðfræðinámi þátttakenda.

Innbyrðis einkenni sögubyggingarflokka

Þegar hugarfar og sýn þátttakenda á stærðfræði voru skoðuð sáust fjórar samsetningar, þ.e. (1) festuhugarfar og tækniskilningur, (2) vaxtarhugarfar og tækniskilningur (3) vaxtarhugarfar og venlaskilningur og (4) blönduð einkenni hugarfars og sýnar á stærðfræði (sjá mynd 2). Enginn þátttakandi hafði festuhugarfar og venlaskilning. Samanburður á sögubyggingarflokkum sýndi að þeir sem höfðu alltaf átt í erfiðleikum með stærðfræði og þeir sem höfðu upplifað góðan kafla í stærðfræðinámi sínu en að mestu átt í erfiðleikum höfðu allir þróað með sér festuhugarfar og tækniskilning. Innan hinna flokkanna mátti greina meiri breytileika. Vaxtarhugarfar og venlaskilningur var mest áberandi hjá þeim sem höfðu verið jákvæðir frá upphafi en þó voru einnig slíkir þátttakendur í flokki þeirra sem höfðu upplifað slæman kafla í stærðfræðinámi sínu og þeirra sem höfðu upplifað að stærðfræðinámið hafði farið stöðugt batnandi. Eins og sést á mynd 2 þá voru þátttakendur innan fjögurra flokka sem ekki höfðu skýr einkenni eða höfðu breytileg einkenni sýnar og hugarfars.



Mynd 2. Hugarfar og sýn þátttakenda á stærðfræði innan söguflokka

Tengsl við árangur í námskeiðinu

Þegar árangur í námskeiðinu er skoðaður í tengslum við sögubyggingu sést töluverður munur á árangri (sjá töflu 5). Meðaleinkunn þeirra sem hafa þá reynslu að aldrei hefur sést til sólar í stærðfræðinámi þeirra er 4,1 í stærðfræðihluta og 6,3 í námskeiðinu á meðan nemendur sem eru í flokknum jákvæðir frá upphafi eru með meðaleinkunnina 8,8 í stærðfræðihlutanum og 9,2 í námskeiðinu í heild. Einnig má sjá töluvert mikinn mun á meðaleinkunn nemenda eftir hugarfari, þ.e. þeir sem eru í flokknum festuhugarfar voru

með meðaleinkunnina 6,2 í stærðfræði á meðan þeir sem voru með vaxtarhugarfar voru með meðaleinkunnina 7,9. Svipaðan mun mátti sjá eftir tegund skilnings, þ.e. þeir sem sýndu venslaskilning voru með töluvert hærri einkunn en þeir sem sýndu að mestu tækniskilning.

Tafla 5. Árangur nemenda eftir sögubyggingu, hugarfari og sýn á stærðfræði

Flokkar	Einkunn í stærðfræðihluta	Heildareinkunn í námskeiðinu
	M (SF)	M (SF)
Sögubygging		
Alltaf versnar það	6,5 (1,7)	7,3 (0,9)
Slæmi kaflinn	6,9 (1,7)	7,5 (0,9)
Góði kaflinn	6,7 (2,1)	7,5 (1,1)
Batnandi	6,6 (1,6)	6,9 (1,2)
Hefur aldrei séð til sólar	4,1 (2,9)	6,3 (1,9)
Jákvæður frá upphafi	8,8(0,6)	9,2 (1,0)
Hugarfar		
Festuhugarfar	6,0 (2,1)	7,1 (1,1)
Vaxtarhugarfar	7,9 (1,2)	7,9 (1,0)
Tegund skilnings		
Tækniskilningur:	6,4 (2,0)	7,2 (1,1)
Venslaskilningur:	8,5 (1,0)	8,6 (0,8)

UMRÆÐUR OG ÁLYKTANIR

Margir kennaranemar lýsa í sögum sínum átakanlegri og djúpri angist. Stundum setja þeir þessa angist í samhengi við það hve erfið stærðfræðin sé, en í raun og veru virðist angistin tengjast frekar viðbrögðum annars fólks, svo sem niðurlægjandi orðum eða athöfnum kennara, samnemenda eða foreldra. Þessi viðbrögð valda jafnvel líkamlegri vanlíðan og kvíðaeinkennum. Við mátum það svo að þessar átakanlegu frásagnir bentu til þess að nemar hefðu tekið verkefnið alvarlega og væru heiðarlegir í skrifum sínum. Óneitanlega vekja sögurnar spurningar um bilið milli þeirra markmiða sem samfélagið hefur með stærðfræðinámi og upplifunar nemenda. Við getum ekki fullyrt um það hvort aðrar námsgreinar myndu vekja upp svipaðar minningar en oft hefur verið bent á að stærðfræði skeri sig nokkuð úr með það hlutverk sitt að verja ýmis „hlið“ í menntakerfinu (Gates og Vistro-Yu, 2003) og að umfram aðrar greinar sé litið á árangur í stærðfræði sem „hlutlaus mælingu“ á einhverju eins og greind (Boaler, 2015). Þannig var hægt að lesa úr sögunum að tilfinningar til stærðfræði hafa veruleg áhrif á það hvaða náms- og starfsvettvang fólk

velur sér og þá aðallega þannig að það velur sig frá þeim sviðum þar sem þörf er fyrir góðan grunn í stærðfræði og öfluga stærðfræðiþekkingu.

Mun færri frásagnir eru um jákvæðar upplifanir en neikvæðar, en jákvæðar upplifanir tengjast einnig flestar viðbrögðum annarra frekar en ánægjunni af því að glíma við stærðfræði og uppgötva eitthvað eða skilja eitthvað nýtt. Ímynd stærðfræðinnar sem áreiðanlegs dómara um eiginleika fólks virðist því einnig koma fram í þessum jákvæðu frásögnum. Þeir nemendur sem upplifa að hafa náð tökum á því að reikna út réttu svörin og fá að launum góðar einkunnir og velþóknun kennara og skólakerfis finna þannig fyrir öryggiskennd og vellíðan. Í aðeins örfáum sögum var lýst ánægju af því að uppgötva eitthvað, talað um „aha-upplifanir“ eða það að takast að skilja krefjandi efni, upplifanir sem ættu að vera mikilvæg markmið í stærðfræðikennslu og í raun og veru réttur hvers nemanda. Í því samhengi má benda á að í aðalnámskrá grunnskóla segir að í stærðfræði eigi nemendur að þróa lausnaleyðir, setja fram og kanna tilgátur og kennslu eigi að haga þannig að nemendur fái áhuga á stærðfræði (Mennta- og menningarmálaráðuneyti, 2013).

Ekki þarf endilega að koma á óvart að viðhorf kennaranema einkennist af frekar neikvæðri tilfinningalegri afstöðu, tækniskilningi og festuhugarfari. Það er almennt í samræmi við erlendar rannsóknir á viðhorfum kennaranema til stærðfræði (Di Martino og Zan, 2010; Hauk, 2005). Neikvæðar tilfinningar virðast einkum tengjast reynslu af ytra mati, eins og prófum og einkunnum og öðrum samanburði við samnemendur, og slíkar tilfinningar fara mjög saman við festuhugarfar. Ytri dómur virka þannig hlutgerandi: út frá orðum kennara, einkunn á blaði eða flokkun í getuhóp ályktar nemandi að hann hafi ekki hæfileika í stærðfræði. Út frá þessu má spyrja hvort áhersla menntakerfisins á ytra mat og ef til vill almenn áhersla samfélagsins á samanburð hafi þau áhrif að fólk þróa með sér festuhugarfar í stærðfræði. Þetta mátti greina í niðurstöðunum þar sem sást að nemendur skrifuðu lítið um stærðfræðina sjálfa heldur var þeim frekar efst í huga hvernig þeim gekk í samanburði við aðra en alls ekki hvort þeir skildu eða kynnu stærðfræði. Ekki ein einasta saga var þannig að saman færi festuhugarfar og venslaskilningur. Þannig tengist bæði neikvæð tilfinningaleg afstaða og festuhugarfar tækniskilningi. Ef stærðfræðin er einungis tæki sem notað er til að staðsetja nemendur miðað við aðra, til að ná áfram í næsta bekk eða næsta stig í menntakerfinu eða fyrir óljós hagnýt verkefni framtíðarinnar, þá er ekki von að nemendur leggi í hana venslaskilning.

Þó svo að margir hafi skrifað um neikvæða reynslu eru allnokkrar sögur sem bera vitni um að nemendur hafi ekki látið þá reynslu slá sig alveg út af laginu og þeir segjast sannfærðir um að þeir geti vel lært stærðfræði og hafa, þrátt fyrir móttbyr á tímabili, trú á að þeir geti lært stærðfræði. Slík jákvæðni vekur vonir um að hægt sé að vinna að bættum viðhorfum meðal kennaranema. Aftur má segja að í þessum sögum sé almennt lítil áhersla á inntakið eða venslaskilning sem sýn á stærðfræði. Athygli vakti að svipað var upp á teningnum þegar sögur sem lýstu jákvæðri tilfinningalegri afstöðu voru skoðaðar. Flestir sem lýstu jákvæðri reynslu og viðhorfum til stærðfræði gerðu það út frá tækniskilningi á greininni. Inntak stærðfræðinnar kom þar einnig lítið við sögu. Þetta vekur áleitnar spurningar um stærðfræðikennslu í íslensku skólakerfi en ætti ef til vill ekki að koma á óvart vegna þess að samkvæmt rannsóknum á stærðfræðikennslu í íslenskum grunn- og framhaldsskólum virðist sem kennslan gangi að mestu leyti út á að kenna nemendum til-

teknar aðferðir við að reikna dæmi af ákveðnum gerðum, án þess að nemendur fái tækifæri til að hugsa um rök og ástæður hlutanna (Anna Helga Jónsdóttir o.fl., 2014; Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir, 2015; Jóhann Örn Sigurjónsson og Berglind Gísladóttir, 2020; Þóra Þórðardóttir og Unnar Hermannsson, 2012).

Það kom rannsakendum ekki á óvart að nemendur sem lýstu tilfinningum sínum þannig að þær hefðu alltaf verið jákvæðar gagnvart stærðfræði skyldu ná góðum árangri í stærðfræðinámskeiðinu og að þeir sem höfðu aldrei séð til sólar skyldu fá lága einkunn. Við áttum þó ekki endilega von á jafn skýrum mun og raun ber vitni í tengslum við hugarfar eða skilningi á eðli stærðfræðinnar. Niðurstöður okkar benda til þess að vaxtarhugarfar tengist betri árangri en festuhugarfar og enn sterkari tengsl voru milli góðs árangurs og venslaskilnings á stærðfræði umfram tækniskilning. Þó ber að hafa í huga að merki um venslaskilning fundust ekki nema í tiltölulega fáum frásögnum. Við getum ekki dregið neinar ályktanir um orsakatengsl, það er hvort betri árangur náist vegna jákvæðs hugarfars og skilnings á eðli stærðfræðinnar eða hvort betri árangur í stærðfræðinni sjálfri hafi í för með sér vaxtarhugarfar og venslaskilning. Líklega er um einhvers konar víxlverkun að ræða. Það virðist þó óhætt að álykta að ef kennsla miðar að tækniskilningi og er drifin áfram af einkunnum og samanburði sé ólíklegt að nemendur þrói með sér venslaskilning, vaxtarhugarfar og jákvæða tilfinningalega afstöðu til stærðfræði og þá nái þeir jafnframt slökum árangri á prófum í greininni.

LOKAORÐ

Ótækt er að stærðfræðináms einkennist af vanlíðan og vanmætti eins og svo margir kennaranemar lýstu í frásögnum sínum. Markmið stærðfræðikennslu og -náms er ekki að læra tilteknar reikniaðferðir, þar sem „er bara eitt svar“. Árangursríkt og ánægjulegt stærðfræðináms krefst fjölbreyttari áreynslu og áskorana. Til þess að kennari geti hagað kennslu sinni þannig að stærðfræði birtist sem vefur af tengdum hugmyndum og leit að regluleika og röksemdum, þar sem nemendur glíma óhræddir við krefjandi verkefni með ánægju og trú á eigin getu, er æskilegt að kennarinn sjálfur hafi próað með sér jákvæða tilfinningalega afstöðu, vaxtarhugarfar og venslaskilning á greininni. Í ljósi þeirra viðhorfa sem fram koma í þessari rannsókn er ljóst að verk er að vinna í kennaranámi. Kennarar framtíðarinnar þurfa þar að upplifa stærðfræði sem krefjandi en ánægjulega grein, skilja hana venslaskilningi og sjá sig sem færa um að læra og beita stærðfræði.

Sífelldir dómur með prófum eða öðru námsmati og skipting eftir getu tíðkast víða í skólakerfi okkar. Að þessu leyti endurspeglar skólarnir hið víðara samfélag. Samfélagsumræðan sem og persónuleg samskipti í menningu okkar einkennast iðulega af orðræðu þar sem gengið er út frá því að fólk hafi fasta eiginleika og fyrirfram gefið magn af greind eða hæfileikum á hinum ýmsu sviðum. Í ofanálag gengur kapítalískt samfélag út á samkeppni um takmörkuð gæði og eðlilegt þykir að þeir sem skari fram úr í meðfæddum hæfileikum fái að njóta þeirra í auknum tækifærum. Stærðfræðin veitir, umfram aðrar greinar, eins konar réttlætningu á þessu vegna þess að hún virðist vera hlutlæg og hlutlaus mæling á eðlislægum hæfileikum. Þannig kemur ekki á óvart að festuhugarfar sé ríkjandi í tengslum við stærðfræði.

Samkvæmt þessari rannsókn eru tengsl milli vaxtarhugarfars og góðs árangurs í nám-skeiði þar sem bæði er fjallað um stærðfræðináms- og -kennslu en líka stærðfræði sem slíka. Í sjálfu sér er það í samræmi við viðtekin viðhorf innan stærðfræðimenntunar (Boaler, 2015). Það má kalla það þversagnakennt að til þess að ná betri árangri á prófi borgi það sig að líta ekki á frammistöðu á prófi sem markmiðið (eins og væri í samræmi við hvorutveggja festuhugarfar og tækniskilning) heldur fremur að leggja áherslu á að skilja samhengi hlutanna og njóta þess að læra, án þess að hafa of miklar áhyggjur af notagildinu. Ef til vill er erfitt að sannfæra nemendur um að besta ráðið til að ná góðum árangri á prófum sé að hætta að hugsa um góðan árangur á prófum.

Við teljum að minnka beri áherslu á einkunnagjöf og aðra dóma og flokkun nemenda eftir þeim í íslensku skólakerfi. Við teljum einnig mikilvægt að kennaranemar fái tækifæri til þess að vinna úr reynslu sinni og endurskoða viðhorf sín til stærðfræði. Einnig teljum við áriðandi að á öllum skólastigum verði lögð aukin áhersla á venslaskilning á stærðfræði, þannig að nemendur vinni krefjandi verkefni um hugtök og röksemdarfærslur á skapandi og gagnrýnin hátt en minni áhersla verði á að þjálfa nemendur í að reikna fyrirframgefnar gerðir af dæmum.

HEIMILDIR

- Aiken, L. R., Jr. (1970). Attitudes toward mathematics. *Review of Educational Research*, 40(4), 551–596.
- Anna Helga Jónsdóttir, Eggert Briem, Freyja Hreinsdóttir, Freyr Þórarinnsson, Jón Ingólfur Magnússon og Rögnvaldur Möller. (2014). *Úttekt á stærðfræðikennslu í framhaldsskólum*. Mennta- og menningarmálaráðuneytið.
- Asper, M. (2009). The two cultures of mathematics in ancient Greece. Í E. Robson og J. Stedall (ritstjórar), *The Oxford handbook of the history of mathematics* (bls. 107–132). Oxford University Press.
- Bauer, M. (2000). Classical content analysis: A review. Í M. Bauer og G. Gaskell (ritstjórar), *Qualitative researching with text, image and sound* (bls. 131–151). SAGE. <https://doi.org/10.4135/9781849209731.n8>
- Bekdemir, M. (2010). The pre-service teachers' mathematics anxiety related to depth of negative experiences in mathematics classroom while they were students. *Educational Studies in Mathematics*, 75(3), 311–328. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9260-7>
- Boaler, J. (2015). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. John Wiley & Sons.
- Bruner, J. (1990). *Acts of meaning*. Harvard University Press.
- Burgoyne, A. P., Hambrick, D. Z. og Macnamara, B. N. (2020). How firm are the foundations of mind-set theory? The claims appear stronger than the evidence. *Psychological Science*, 31(3), 258–267. <https://doi.org/10.1177/0956797619897588>
- Cooney, T. J. og Wiegel, H. G. (2003). Examining the mathematics in mathematics teacher education. Í A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick og F. K. S. Leung (ritstjórar), *Second international handbook of mathematics education* (bls. 795–828). Springer.

- Daskalogianni, K. og Simpson, A. (2000). Towards a definition of attitude: The relationship between the affective and the cognitive in pre-university students. Í T. Nakahara og M. Koyama (ritstjórar), *Proceedings of the 24th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (3. bindi, bls. 217–224). PME.
- Di Martino, P. og Zan, R. (2001). Attitude toward mathematics: Some theoretical issues. Í M. van den Heuvel-Panhuizen (ritstjóri), *Proceedings of the 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (3. bindi, bls. 351–358). PME.
- Di Martino, P. og Zan, R. (2010). ‘Me and maths’: Towards a definition of attitude grounded on students’ narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 27–48. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9134-z>
- Di Martino, P. og Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions. *ZDM*, 43(4), 471–482. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0309-6>
- Dweck, C. S. (2000). *Self-theories: Their role in motivation, personality, and development*. Psychology Press.
- Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The new psychology of success*. Random House.
- Fennema, E. og Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitudes scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7(5), 324–326.
- Gates, P. og Vistro-Yu, C. P. (2003). Is mathematics for all? Í A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick og F. K. S. Leung (ritstjórar), *Second international handbook of mathematics education* (bls. 31–73). Springer.
- Gautreau, C., Brye, M. V. og Lunceford, C. (2016). Mathematics-related anxiety and attitudes: Examining the impact among Latina preservice teachers. *Journal of Latinos and Education*, 15(1), 26–38. <https://doi.org/10.1080/15348431.2015.1045146>
- Geist, E. (2015). Math anxiety and the “math gap”: How attitudes toward mathematics disadvantages students as early as preschool. *Education*, 135(3), 328–336.
- Gresham, G. (2008). Mathematics anxiety and mathematics teacher efficacy in elementary pre-service teachers. *Teaching Education*, 19(3), 171–184. <https://doi.org/10.1080/10476210802250133>
- Grootenboer, P. og Marshman, M. (2016). Students’ beliefs and attitudes about mathematics and learning mathematics. Í *Mathematics, affect and learning* (bls. 55–74). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-287-679-9_4
- Guðný Helga Gunnarsdóttir og Guðbjörg Pálsdóttir. (2015). Instructional practices in mathematics classrooms. Í K. Krainer og N. Vondrová (ritstjórar), *Proceedings of the ninth congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (bls. 3036–3042). Charles University, Faculty of Education.
- Haladyna, T., Shaughnessy, J. og Shaughnessy, J. M. (1983). A causal analysis of attitude toward mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(1), 19–29.
- Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), 25–46.
- Hart, L. (1989). Describing the affective domain: Saying what we mean. Í D. McLeod og V. M. Adams (ritstjórar), *Affect and mathematical problem solving* (bls. 37–45). Springer.

- Hauk, S. (2005). Mathematical autobiography among college learners in the United States. *Adults Learning Mathematics*, 1(1), 36–56.
- Hughes, P., Swars Auslander, S., Stinson, D. W. og Fortner, C. K. (2019). Elementary teachers' mathematical beliefs and mathematics anxiety: How do they shape instructional practices? *School Science and Mathematics*, 119(4), 213–222. <https://doi.org/10.1111/ssm.12329>
- Itter, D. og Meyers, N. (2017). Fear, loathing and ambivalence toward learning and teaching mathematics: Preservice teachers' perspectives. *Mathematics Teacher Education and Development*, 19(2), 123–141.
- Jackson, C. D. og Leffingwell, R. J. (1999). The role of instructions in creating math anxiety in students from kindergarten through college. *The Mathematics Teacher*, 92(7), 583–586. <https://www.jstor.org/stable/27971118>
- Jóhann Örn Sigurjónsson og Berglind Gísladóttir. (2020). Vitsmunaleg áskorun í stærðfræðikennslu á unglíngastigi. *Tímarit um uppeldi og menntun*, 29(2), 149–171. <https://doi.org/10.24270/tuuom.2020.29.8>
- Kaasila, R. (2007). Using narrative inquiry for investigating the becoming of a mathematics teacher. *ZDM*, 39(3), 205–213.
- Kaasila, R., Hannula, M. S., Laine, A. og Pehkonen, E. (2008). Socio-emotional orientations and teacher change. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 111–123. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9094-0>
- Kilpatrick, J., Swafford, J. og Findell, B. (2002). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Kuckartz, U. (2014). *Qualitative text analysis: A guide to methods, practice and using software*. SAGE.
- Li, Y. og Bates, T. C. (2020). Testing the association of growth mindset and grades across a challenging transition: Is growth mindset associated with grades? *Intelligence*, 81, 101471.
- Lutovac, S. og Kaasila, R. (2011). Beginning a pre-service teacher's mathematical identity work through narrative rehabilitation and bibliotherapy. *Teaching in Higher Education*, 16(2), 225–236. <https://doi.org/10.1080/13562517.2010.515025>
- Lutovac, S. og Kaasila, R. (2012). Dialogue between past and future mathematical identities. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 17(3-4), 125–139.
- Ma, X. (1997). Reciprocal relationships between attitude toward mathematics and achievement in mathematics. *The Journal of Educational Research*, 90(4), 221–229.
- Ma, X. og Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 26–47.
- Maloney, E. A., & Beilock, S. L. (2012). Math anxiety: Who has it, why it develops, and how to guard against it. *Trends in Cognitive Sciences*, 16(8), 404–406. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2012.06.008>
- Mayring, P. (2015). Qualitative content analysis: Theoretical background and procedures. Í N. Presmeg, C. Knipping og A. Bikner-Ahsbahs (ritstjórar), *Approaches to qualitative research in mathematics education* (bls. 365–380). Springer.

- Mennta- og meningarmálaráðuneyti. (2013). *Aðalnámskrá grunnskóla: Almennur hluti 2011: Greinasvið 2013*.
- Novak, E. og Tassell, J. L. (2017). Studying preservice teacher math anxiety and mathematics performance in geometry, word, and non-word problem solving. *Learning and Individual Differences, 54*, 20–29. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.01.005>
- Pesu, L., Viljaranta, J. og Aunola, K. (2016). The role of parents' and teachers' beliefs in children's self-concept development. *Journal of Applied Developmental Psychology, 44*, 63–71. <https://doi.org/10.1016/j.appdev.2016.03.001>
- Sfard, A. og Prusak, A. (2005). Telling identities: In search of an analytic tool for investigating learning as a culturally shaped activity. *Educational Researcher, 34*(4), 14–22.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching, 77*(1), 20–26.
- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(5), 404–411.
- Stogsdill, G. (2013). A math therapy exercise. *Journal of Humanistic Mathematics, 3*(2), 121–126. <https://doi.org/10.5642/jhummath.201302.09>
- Whyte, J. og Anthony, G. (2012). Maths anxiety: The fear factor in the mathematics classroom. *New Zealand Journal of Teachers' Work, 9*(1), 6–15.
- Þóra Þórðardóttir og Unnar Hermannsson. (2012). *Úttekt á stærðfræðikennslu á ungl-ingastigi grunnskóla*. Mennta- og meningarmálaráðuneytið.

Greinin barst tímaritinu 17. júní 2021 og var samþykkt til birtingar 26. október 2021

UM HÖFUNDANA

Ingólfur Gíslason (ingolfug@hi.is) er aðjunkt við Menntavísindasvið Háskóla Íslands. Hann lauk B.S.-gráðu í stærðfræði frá Háskóla Íslands 1998 og M.Paed.-gráðu í stærðfræði frá Háskóla Íslands 2006. Rannsóknaráhugi Ingólfs beinist einkum að orðræðu og samskiptum í stærðfræðinámum og -kennslu og möguleikum stærðfræðiforrita fyrir merkingarbært stærðfræðinám.

Berglind Gísladóttir (berglingd@hi.is) er lektor við Menntavísindasvið Háskóla Íslands. Hún lauk B.Ed.-gráðu frá Kennaraháskóla Íslands 2002, M.Ed.-gráðu í stærðfræðimenntun frá Háskólanum í Reykjavík árið 2007 og doktorsprófi í stærðfræðimenntun frá Columbia-háskóla í New York árið 2013. Rannsóknaráhugi Berglindar beinist að námslegum og félagslegum þáttum sem hafa áhrif á námsárangur nemenda. Einnig beinist áhuginn að fagþekkingu kennara og þróun skólustarfs.

STUDENT TEACHERS ATTITUDE TOWARDS MATHEMATICS AND ITS RELATION WITH ACHIEVEMENT

ABSTRACT

Student teachers, as well as in-service teachers, tend to have a negative attitude towards mathematics (Maloney & Beilock, 2012; Geist, 2015; Jackson & Leffingwell, 1999; Novak & Tassell, 2017). Some have argued that these negative feelings are related to their own experience as mathematics learners in school. In this study we ask how student teachers' attitude towards mathematics evolve through their experience as students in mathematics classrooms from an early age, and how that experience has shaped their attitude and how they see their mathematical abilities.

Students' attitude towards mathematics has been widely studied in mathematics education even though little consensus has been among researchers regarding the definition of the attitude construct. In early research the definition of attitude was often guided by the instrument used to measure it (Daskalogianni & Simpson, 2000; Fennema & Sherman, 1976; Haladyna et al., 1983; Hart, 1989), usually statements on a questionnaire where participants indicated on a Likert scale to what degree they either agreed or disagreed. In the past decades, there has been increased emphasis on the theoretical construct of attitude and research has shifted towards interpretative narrative approaches to assess students' attitude towards mathematics (Di Martino & Zan, 2010). The main advantage of using a narrative approach is that the respondents can freely bring out what they consider most important in their experience, giving a clearer picture of how their attitude towards mathematics has evolved. In this study, we use a tripartite model for attitude, (1) emotional disposition, (2) mindset and, (3) view of mathematics. Emotional disposition refers to whether mathematics is viewed positively or negatively. Mindset refers to the idea that mathematical ability is either fixed, meaning that people are either mathematically talented or not, or that ability is mostly the result of effort and that people can improve their mathematical abilities. Lastly, the view of mathematics refers to whether mathematics is seen as instrumental/procedural, as a set of rules and procedures to be followed without reason, or whether mathematics is seen as relational where the rules have meaning, and it is understood how and why the rules and procedures work. These three components that constitute attitude towards mathematics are interconnected and fundamental in the development of a relationship with mathematics.

As part of a university course in mathematics and mathematics teaching, second-year student teachers wrote a short autobiographical essay (N=76) on their memories as mathematics learners and on their feelings toward mathematics, focusing on their best and worst memories connected with mathematics. They were also asked to draw a sketch describing their feelings toward the subject over time.

The data were analyzed using the principles of qualitative content analysis (Kuckartz, 2014; Mayring, 2015). The coding was guided by a theoretical framework and research questions, which provided the themes of interest. Qualitative interpretative coding was performed to create categories under the themes. The frequencies of occurrences of

these categories were then counted and their frequencies compared. Finally, a contingency analysis drew out connections between categories and between themes, based on whether certain categories occur frequently together, in the same autobiography.

Six categories emerged from the description of students' experience as mathematics learners: (1) the bad chapter, (2) keeps getting worse, (3) getting better, (4) never a positive moment, (5) always positive, and (6) the good chapter. Only a few autobiographical essays can be characterized as having a genuinely positive disposition towards mathematics and the majority of the narratives described math as hard, boring, or stressful. In general, the findings indicate that a majority of the student teachers have a negative disposition towards mathematics and a rather fixed mindset as mathematics learners, along with an instrumental understanding of mathematics.

Keywords: attitude, mindset, view of mathematics, student teachers.

ABOUT THE AUTHORS

Ingólfur Gíslason (ingolfug@hi.is) is an adjunct lecturer at the Faculty of Subject Teacher Education at the School of Education, University of Iceland. He completed a B.Sc. degree in mathematics from the University of Iceland in 1998 and an M.Paed. degree in mathematics from the University of Iceland in 2006. His main research interests are mathematical discourse and communication in mathematics teaching and learning and the potentials of mathematical software for meaningful mathematics learning.

Berglind Gísladóttir (berglingd@hi.is) is an assistant professor at the Faculty of Subject Teacher Education at the School of Education, University of Iceland. She completed a B.Ed. degree from the Iceland University of Education in 2002, an M.Ed. degree in mathematics education from Reykjavík University in 2007 and a Ph.D. degree in mathematics education from Columbia University in New York in 2013. Her main research interests are educational and social factors that affect student achievement.

VIÐAUKI: GREININGARRAMMI OG LYKILL

Þáttak- andi nr	Próf/ einkunn	Van- líðan	Niður- lægging	Keppni	Hraði	Áhrif á náms/ starf	Ánægja	Áfall	Upp- bygg- ing	Hugar- far	Skiln- ingur
--------------------	------------------	---------------	-------------------	--------	-------	---------------------------	--------	-------	----------------------	---------------	-----------------

Fyrir dálkana Próf/einkunn, Vanlíðan, Niðurlægging, Keppni, Hraði, Áhrif á nám/starf, Ánægja og Áfall er skráð 1 ef atriðið er til staðar í sögu þátttakanda, en 0 ef ekki. Fyrir hina dálkana er fært inn samkvæmt eftirfarandi lykli.

Uppbygging

Alltaf versnar	0
Slæmi kaflinn	1
Batnandi	2
Hefur aldrei séð til sólar	3
Jákvæð frá upphafi til enda	4
Margar sveiflur	5
Upp og svo niður	6

Hugarfar

Festuhugarfar	0
Vaxtarhugarfar	1
Óljóst	2

Skilningur

Instrumental (tækni)	0
Relational (vensla)	1
Óljóst	2